



## The effect of the energy head and the inlet and outlet key width on discharge coefficient of Piano key weir

Shima Komeili <sup>1</sup>, Mohammad Mehdi Heidari <sup>2</sup>

<sup>1</sup> M.Sc Graduated of Water Structure, Department of Water Science and Engineering, Campus of Agriculture and Natural Resources, Razi University, Kermanshah, Iran. E-mail: [shimak72@yahoo.com](mailto:shimak72@yahoo.com)

<sup>2</sup> Corresponding Author, Assistant Professor, Department of Water Science and Engineering, Campus of Agriculture and Natural Resources, Razi University, Kermanshah, Iran. E-mail: [mm.heidari@razi.ac.ir](mailto:mm.heidari@razi.ac.ir)

---

### ABSTRACT

---

Piano key weir is a form of nonlinear weir designed to improve the discharge capacity of spillway structures. Due to the increase in effective length, they can be used in dam spillways or water regulation structures. It is modified form of labyrinth weir which easy to place on the existing spillway or newly constructed dam with less base area. There is no standard method available for PK weir design, and the amount of published information is insufficient for the design of PK weir. In this research, the flow passing over piano key and labyrinth weir were simulated using FLOW-3D model and the results of the numerical model were compared with the laboratory data. The results showed that if the second order scheme and RNG k- $\epsilon$  turbulence model were used in the numerical model, the simulation accuracy of the flow over PKW increases. Also, in this research, the effect of the ratio of the inlet key width to the outlet key width ( $W_i/W_o$ ) and the effect of the energy head on the discharge capacity are investigated. The results show that increasing the  $H_e/P$  decreases the discharge coefficient. The results showed that if the  $W_i/W_o$  equal to 1.5, the highest discharge coefficient occurs for the piano key weir.

**Keywords:** FLOW-3D model, Labyrinth weir, Turbulence model, Capacity of spillway

**Article Type:** Research Article

**Article history:** Received: 29 September 2023 Revised: 08 December 2023 Accepted: 27 December 2023 ePublished: 27 December 2023

### 1. Introduction

Piano key weir is a form of nonlinear weir designed to improve the discharge capacity of spillway structures. Due to the increase in effective length, they can be used in dam spillways or water regulation structures. It is modified form of labyrinth weir which easy to place on the existing spillway or newly constructed dam with less base area. There is no standard method available for PK weir design, and the amount of published information is insufficient for the design of PK weir. A large number of geometric and hydraulic parameters affect the discharge capacity of PK weir, and their effect on the hydraulic performance of the weir can be investigated with a numerical model or laboratory data. Simulation of flow over PKW using FLOW-3D software and the effect of the turbulence model on the accuracy of the numerical model is one of the goals of this study. Also, in this research, the effect of the ratio of the inlet key width to the outlet key width ( $W_i/W_o$ ) and the effect of the energy head on the discharge capacity are investigated.

### 2. Methodology

#### 2.1. Experimental model

Laboratory data is needed to verify the results of Flow-3D model. In this research, the laboratory data of Anderson (2011) were used to verify the flow passing through the piano key weir in free flow condition. The laboratory flume consists of a rectangular channel with a length of 7.3 meters, a width of 0.933 meters and a depth of 0.61 meters. The total length and height of the piano key weir are 4.848 and 0.197 m respectively, the floor slope in inlet and outlet key are 1:1.8, and number of keys is 4. The inlet and outlet key width are 0.116 and 0.925 m respectively, and the  $W_i/W_o$  ratio is 1.25.

#### 2.2. Verification of the numerical model

Selection of boundary conditions for the numerical model is one of the most basic stages of simulation. In order to define the boundary conditions, in the inflow point ( $X_{min}$ ) volume flow rate, in the sides of the weir ( $Y_{min}$ ,  $Y_{max}$ ) and bed ( $Z_{min}$ ) wall condition, on the upper border ( $Z_{max}$ ) symmetry condition and in the outflow section of the weir, outflow condition was used. The numerical model results were compared with the laboratory data. The results showed that if the second order scheme and RNG k- $\epsilon$  turbulence model are used in the numerical model, the simulation accuracy of the flow over PKW increases. Figure (1) shows the calculated and observed water depth for all simulations.

---

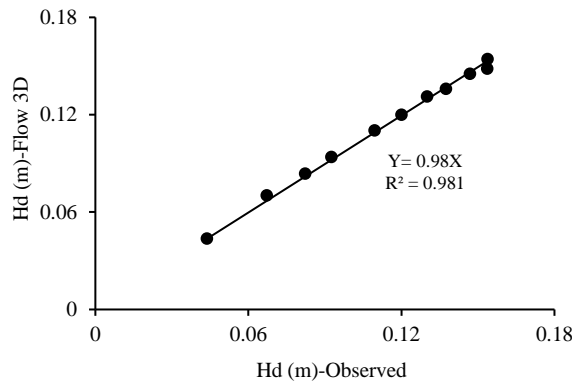


Figure 1. Observational and calculated water depth on piano key weir

The average error percentage of the numerical model in predicting the depth of water upstream of the piano key weir is 2.9%, which is suitable for predicting the rating curve of the weir.

### 3. Results and discussion

#### 3.1. Comparison of the discharge coefficient of the piano key weir with the labyrinth weir

Several simulations were done for the PK1.25 piano key and the labyrinth weir using the numerical model. The height and length of both weir are 19.7 cm and 4.85 m, respectively, and the number of cycles of both weir is 4. By using Flow-3D model, the discharge coefficient of both weir was calculated and the results are shown in Figure (2).

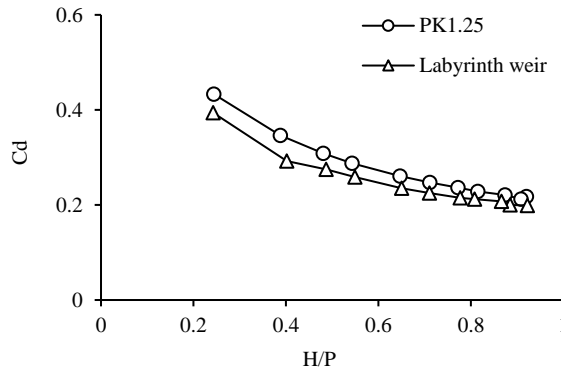


Figure 2. Comparison of the discharge coefficient of the piano key weir with the labyrinth weir

As can be seen, the discharge coefficient of the labyrinth weir and the piano key weir starts to decrease by increasing H/P value, and the discharge coefficient of the piano key weir is more than the the labyrinth weir. The slope of the input and output keys in the piano key weir is a factor that guides the flow and causes the discharge coefficient of the piano key weir to increase.

#### 3.2. The effect of the energy head on the discharge coefficient

Several simulations were carried out with the numerical model to investigate the effect of the ratio of energy head to weir height on the discharge coefficient of piano key weir. For this purpose, different discharge were included as upstream boundary conditions in the model and water depth and the discharge coefficient were calculated. The results show that increasing the He/P decreases the discharge coefficient. So that the discharge coefficient for He/P=0.92 decreases by about 50% compared to He/P=0.24. With the increase of the water depth on the weir, the interference of the flow takes place at the breaking point of the weir cycles, and as a result, the discharge coefficient decreases.

#### 3.3. the effect of the inlet-to-outlet key width ratio on the discharge coefficient

Another factor affecting the flow coefficient of the piano key is the ratio of the inlet key width to the outlet key width. In an effort to identify the range of the inlet-to-outlet width ratio ( $W_i/W_o$ ) that produces the highest discharge efficiency (i.e., highest Cd values), five PK weir geometries with different  $W_i/W_o$  values [1.75 (PK1.75), 1.5 (PK1.5), 1.25 (PK1.25), 1.0 (PK1.0), 0.67 (PK0.67)] were tested; the test results are presented in Figure (3) with Cd as a function of  $H_t/P$ .

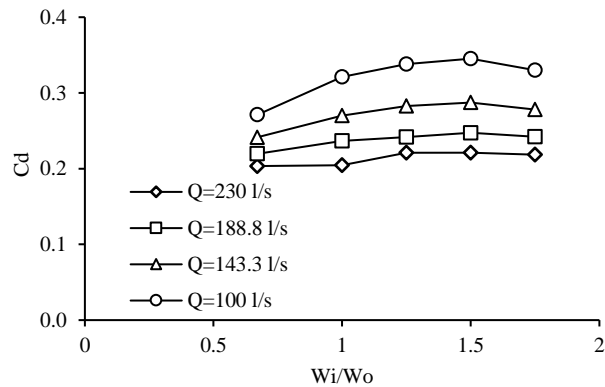


Figure 3. The effect of the inlet-to-outlet key width ratio on the discharge coefficient

The data in Figure (3) show that  $W_i/W_o = 1.5$  (PK1.5) produced the highest discharge efficiency (i.e., largest  $C_d$  values). By increasing the  $W_i/W_o$ , the discharge coefficient has increased, and then it becomes maximum at  $W_i/W_o = 1.5$ . The influence of  $W_i/W_o$  on the discharge efficiency of the PK weir can likely be explained, in part, as follows. As inlet key widths increase relative to the outlet key widths, the inlet key entrance loss associated with the flow contraction at the key inlet decreases due to an increase in the inlet key area. Based on the assumption that  $W_i + W_o = \text{constant}$ , the outlet key width decreases as the inlet key width increases. As the outlet key widths decrease, the ability of the outlet keys to handle the discharge capacity of the more efficient inlet keys decreases. When the free-flow capacity of the outlet key is exceeded, a localized submergence condition develops.

#### 4. Conclusions

In this research, the simulation of the flow over piano key and labyrinth weir was done using a numerical model. The results showed that for a fixed depth, the piano key weir passes more discharge than the labyrinth weir, and the ratio of flow through the piano key weir to the labyrinth weir is about 1.08. In other words, at a constant depth, the piano key weir passes 8% more flow. In this research, the effect of head energy on the discharge coefficient of the piano key weir was also investigated. The results show that increasing the  $H_e/P$  decreases the discharge coefficient. The results showed that if the  $W_i/W_o$  equal to 1.5, the highest discharge coefficient occurs for the piano key weir.

#### 5. References

Anderson, R. M. (2011). Piano key weir head discharge relationships. M.S. thesis, Utah State University.

#### 6. Conflict of Interest

Authors declared no conflict of interest.

**Cite this article:** Komeili, Sh., & Heidari, M.M. (2023). The effect of the energy head and the inlet and outlet key width on discharge coefficient of piano key weir, *Advanced Technologies in Water Efficiency*, 3(4), 1-17. DOI: 10.22126/ATWE.2024.9923.1068

**Publisher:** Razi University

© The Author(s).





## تأثیر هد انرژی و عرض کلیدهای ورودی و خروجی بر ضریب دبی سرریز کلید پیانویی

شیمای کمیلی<sup>۱</sup>، محمدمهدی حیدری<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانش آموخته کارشناسی ارشد سازه های آبی، گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران. رایانامه: shimak72@yahoo.com

<sup>۲</sup> نویسنده مسئول، استادیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران. رایانامه: mm.heidari@razi.ac.ir

### چکیده

سرریزهای کلید پیانویی نوعی از سرریزهای غیرخطی است که دبی در واحد عرض بیشتری نسبت به سایر سرریزها دارد و در مناطقی که تکیه گاه سد اجازه احداث سرریز با طول زیاد را نمی دهد، می توان استفاده کرد. این نوع سرریز اخیراً در مخازن سدها مورد استفاده قرار گرفته و به همین دلیل هنوز بررسی جامع روی این نوع سرریز صورت نگرفته است. در این تحقیق، ابتدا با استفاده از مدل عددی فلوتردی جریان عبوری از سرریز کلید پیانویی شبیه سازی و نتایج مدل با داده های آزمایشگاهی مقایسه شد. در صورتی که در مدل فلوتردی برای جداسازی معادله اندازه حرکت از شمای second order و مدل آشفتگی k-ε RNG استفاده شود، دقت شبیه سازی جریان عبوری از سرریز بیشتر می شود. همچنین در این پژوهش تأثیر هد انرژی و نسبت عرض کلیدهای ورودی به خروجی بر ضریب دبی سرریز با استفاده از مدل عددی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان دارد، افزایش نسبت  $H/P$  باعث کاهش ضریب دبی می شود. به طوری که ضریب دبی برای  $H/P=0.92$  حدود ۵۰ درصد نسبت به  $H/P=0.24$  کاهش می یابد. با افزایش عمق آب روی سرریز، تداخل جریان در محل شکستگی سیکل های سرریز صورت می گیرد و در نتیجه ضریب دبی کاهش می یابد. یکی دیگر از عوامل مؤثر بر ضریب دبی سرریز کلید پیانویی نسبت عرض کلید ورودی به خروجی است. با افزایش نسبت عرض کلید ورودی به کلید خروجی ضریب دبی افزایش یافته و سپس در  $W_i/W_o$  برابر ۱/۵ حداکثر می شود. تأثیر نسبت  $W_i/W_o$  بر ضریب دبی با افزایش عمق آب روی تاج سرریز بیشتر می شود.

**واژه های کلیدی:** مدل فلوتردی، سرریز کنگره ای، مدل آشفتگی، ضریب تخلیه سرریز

نوع مقاله: مقاله پژوهشی

سابقه مقاله: دریافت: ۰۷ مهر ۱۴۰۲ اصلاح: ۱۷ آذر ۱۴۰۲ پذیرش: ۰۶ دی ۱۴۰۲ چاپ الکترونیکی: ۰۶ دی ۱۴۰۲

**استناد:** کمیلی، ش.، و حیدری، م. م. (۱۴۰۲). تأثیر هد انرژی و عرض کلیدهای ورودی و خروجی بر ضریب دبی سرریز کلید پیانویی، فناوری های پیشرفته در بهره وری

آب، ۳(۴)، ۱-۱۷، شناسه دیجیتال: 10.22126/ATWE.2024.9923.1068



© نویسندگان.

ناشر: دانشگاه رازی

## مقدمه

سرریزها سازه‌هایی هستند که برای اندازه‌گیری دبی، انحراف و یا کنترل جریان در کانال‌ها، رودخانه‌ها و مخازن سدها استفاده می‌شوند. سرریزها به‌طور کلی از لحاظ شکل پلان به دودسته سرریزهای خطی و غیرخطی تقسیم‌بندی می‌شوند. سرریزهای خطی، سرریزهایی هستند که تاج آن‌ها در پلان به‌صورت خط راست بوده و شکستگی و یا انحنایی در آن‌ها دیده نمی‌شود. سرریز اوجی و سرریز پلکانی نمونه‌هایی از سرریزهای خطی هستند. سرریزهای غیرخطی، سرریزهایی هستند که تاج آن‌ها در پلان به‌صورت خط راست نبوده بلکه به‌صورت انحنا دار و یا خطوط شکسته است. سرریز نیلوفری، سرریز چندوجهی یا کنگره‌ای و سرریز کلید پیانویی نمونه‌ای از سرریزهای غیرخطی است. سرریزهای مستقیم، معمول‌ترین سرریزهای مورد استفاده در شبکه‌های آبیاری و زهکشی هستند این سرریزها به‌صورت عمود بر جریان قرار گرفته و عرض آن‌ها با عرض کانال برابر می‌باشند. در صورتی که محل احداث سرریز با محدودیت در عرض مواجه باشد، می‌توان با استفاده از سرریزهای کنگره‌ای و یا سرریز کلید پیانویی طول سرریز را افزایش داد (فالوی<sup>۱</sup>، ۲۰۰۳). سرریزهای کنگره‌ای نیاز به سطح پی و حجم بتن‌ریزی بالایی دارند و نسبت به سرریزهای کلید پیانویی هزینه ساخت بیشتری دارند (اندرسون و تولیس<sup>۲</sup>، ۲۰۱۲). سرریزهای کلید پیانویی که دهانه‌ها یک‌درمیان شیب‌دار به سمت داخل و خارج مخزن سد دارند، نسبت به سرریزهای کنگره‌ای، فضای کمتری نیاز داشته و لذا پی این نوع سرریزها می‌تواند ابعاد کوچک‌تری داشته باشد، به‌نحوی که این مزیت باعث شده است تا بتوان از این نوع سرریز در تاج سدهای بتنی استفاده کرد (اندرسون و تولیس، ۲۰۱۲). شکل (۱) نمونه‌ای از سرریز کلید پیانویی که به‌عنوان سرریز اضطراری سد استفاده شده است را نشان می‌دهد.



شکل ۱. نمونه‌ای از سرریز کلید پیانویی مورد استفاده در سد بتنی (سد اترویت در فرانسه)

در سرریزهای کلید پیانویی دو نوع جریان غالب وجود دارد، کلیدهای ورودی جریان نزدیک شونده را به سمت خود کشیده و مانند سرریزهای لبه تیز با بدنه شیب‌دار عمل می‌کند و جریان از روی تاج ورودی به‌صورت ریزشی به سمت پایین دست تخلیه می‌شود. الگوی دوم بر روی کلیدهای خروجی شکل می‌گیرد؛ و جریان عبوری از روی تاج خروجی، مشابه یک جت به سمت پایین دست بخش شیب‌دار کلید تخلیه می‌شود.

## مبانی نظری و پیشینه پژوهش

اوماین و لمپریه<sup>۳</sup> (۲۰۰۶) با بررسی روی سرریز کلید پیانویی در سیکل‌های مختلف بیان نمودند که برای مقادیر  $He/P$  کم، تعداد سیکل‌های بیشتر از ۸/۵ باعث افزایش ضریب دبی می‌شود، اما برای مقادیر  $He/P$  زیاد، تعداد سیکل زیاد در افزایش بهره‌وری تأثیر بسزایی ندارد. اوماین و لمپریه (۲۰۰۶) سه نوع سرریز کلید پیانویی را با نسبت  $w_i/w_o$ ، ۰/۶۷، ۱ و ۱/۵ آزمایش کردند آن‌ها دریافتند که با افزایش  $w_i/w_o$  کارایی سرریز افزایش می‌یابد. حیدر پور و همکاران (۱۳۸۵) به‌صورت آزمایشگاهی به بررسی ضریب دبی سرریزهای زیگزاگی پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که با افزایش ارتفاع سرریز، مقدار ضریب دبی سرریز در یک  $He/P$  ثابت افزایش می‌یابد. همچنین آن‌ها به این نتیجه رسیدند که افزایش طول موازی با جهت جریان در سرریزهای زیگزاگی باعث کاهش ضریب دبی و

<sup>1</sup> Falvey

<sup>2</sup> Anderson & Tullis

<sup>3</sup> Ouamane & Lempérière

افزایش طول عمود برجعت جریان، باعث افزایش ضریب دبی می شود. ریبیرو و همکاران<sup>۱</sup> (۲۰۱۲) با استفاده از نتایج مدل های فیزیکی موجود یک معادله عمومی برای رابطه اشل-دبی این نوع سرریزها ارائه کردند. بر اساس نتایج این تحقیقات، ظرفیت این نوع سرریزها عمدتاً به هد آب روی سرریز، طول کل، ارتفاع کلیدهای ورودی و عرض جانبی آن بستگی دارد. اندرسون<sup>۲</sup> (۲۰۱۱) عملکرد هیدرولیکی سرریزهای کنگره های و کلید پیانویی مستطیلی را مقایسه کرد. نتایج نشان داد، سرریز کلید پیانویی به دلیل کاهش افت در کلیدهای ورودی، از عملکرد بهتری برخوردار است. دابلینگ و تولیس<sup>۳</sup> (۲۰۱۲) هیدرولیک سرریزهای کلید پیانویی واقع در کانال ها را مطالعه نموده و به این نتیجه رسیدند که در شرایط استغراق کم، سرریزهای کلید پیانویی نسبت به سرریزهای کنگره های نیاز به انرژی بالادست کمتری برای عبور یک دبی ثابت دارند. ماچیلز و همکاران<sup>۴</sup> (۲۰۱۴) برای محاسبه دبی عبوری از روی سرریز کلید پیانویی یک راه حل تحلیلی ارائه دادند. در روش آن ها، دبی عبوری از روی تاج مربوط به کلید ورودی و خروجی و همچنین تاج جانبی به صورت مجزا حساب می شود و با در نظر گرفتن ضرایبی با هم جمع می شوند. کریمی و همکاران (۱۳۹۹) به مقایسه ضریب دبی سرریز کلید پیانویی و سرریز مستطیلی پرداختند و به این نتیجه رسیدند که ضریب دبی سرریز کلید پیانویی به طور قابل توجهی بیشتر از ضریب دبی سرریز مستطیلی است. سرریز کلید پیانویی با طول تاج بیشتر دارای ضریب دبی بیشتر است اما تأثیر این پارامتر با افزایش عدد فرود و بار آبی بالادست کاهش می یابد. کروکستون<sup>۵</sup> (۲۰۱۷) با استفاده از مدل عددی فلوتردی تنها یک کلید از سرریز کلید پیانویی را شبیه سازی کرد و بیان کرد در صورتی که از مدل آشفتگی k-ε RNG استفاده شود و شرط مرزی عرضی از نوع متقارن در نظر گرفته شود، نتایج مدل عددی بهتر است. صفر زاده و نوروزی (۱۳۹۳) جریان سه بعدی روی سرریزهای کلید پیانویی مستطیلی، دوزنقه ای و انحنا دار را با استفاده از مدل عددی فلونتت شبیه سازی کردند. نتایج نشان داد که کلیدهای دوزنقه ای شکل تأثیر قابل ملاحظه ای بر افزایش ضریب دبی سرریزهای کلید پیانویی دارد. به طور میانگین ضریب دبی سرریز دوزنقه ای به اندازه ۲۳ و ۱۸ درصد بیشتر از سرریزهای کنگره ای و کلید پیانویی مستطیلی با طول تاج یکسان است. برمر و اورتل<sup>۶</sup> (۲۰۱۷) با استفاده از مدل عددی فلوتردی به بررسی تأثیر ضخامت دیواره بر روی ضریب دبی سرریزهای کلید پیانویی پرداختند. نتایج نشان داد که مدل عددی فلوتردی توانایی بالایی در شبیه سازی الگوی جریان عبوری از سرریز را دارد. همچنین افزایش ضخامت دیواره باعث کاهش ضریب دبی می شود به طوری که کاهش چهار برابری ضخامت دیواره سرریز کلید پیانویی باعث افزایش ۴۰ درصدی ضریب دبی سرریز در دبی های پایین می شود. صفرزاده و همکاران (۱۳۹۸) تأثیر افزایش هد آب بالادست و ارتفاع نسبی بر نحوه توزیع جریان روی تاج سرریز کلید پیانویی را بررسی کردند. نتایج حاکی از افزایش ضریب دبی سرریز با کاهش ارتفاع نسبی است. همچنین در این تحقیق، رابطه جدیدی برای تعیین ضریب دبی سرریز کلید پیانویی ارائه شده است و دبی عبوری از تاج کلید ورودی و خروجی و همچنین تاج جانبی محاسبه شده است. چهارطاقی و همکاران<sup>۷</sup> (۲۰۱۹) به بررسی آزمایشگاهی و عددی ضریب دبی سرریز کلید پیانویی با انحنا در پلان پرداختند. نتایج نشان داد با افزایش H/P (هد انرژی به ارتفاع تاج) ضریب دبی سرریز کلید پیانویی دوزنقه ای انحنا دار نسبت به کلید پیانویی مستطیلی خطی افزایش می یابد. کاهش زاویه انحنا در سرریز کلید پیانویی دوزنقه ای انحنا دار در ابتدا ضریب دبی این مدل را کاهش و سپس به طرز چشمگیری افزایش می دهد. یوسف<sup>۸</sup> (۲۰۲۰) تأثیر زاویه دیوار جانبی بر ضریب دبی سرریز کلید پیانویی را با استفاده از داده های آزمایشگاهی بررسی کرد و نشان داد که سرریز کلید پیانویی مستطیلی از تمام مدل های غیر مستطیلی خیلی بهتر عمل می کند. همچنین تحقیقات ایشان نشان داد که افزایش زاویه دیوار جانبی از صفر به ۵ و ۷ درجه باعث کاهش ۱۲ تا ۱۸ درصدی ضریب دبی سرریز می شود. غریبوند و همکاران (۱۳۹۹) با استفاده از مدل فلوتردی به بررسی هیدرولیک جریان در سرریزهای کلید پیانویی و زیگزاگی دوزنقه ای پرداختند. طبق نتایج، سرریزهای کلید پیانویی از ضریب دبی بیشتری نسبت به

<sup>1</sup> Riberio et al

<sup>2</sup> Anderson

<sup>3</sup> Dabbling & Tullis

<sup>4</sup> Machiels et al

<sup>5</sup> Crookston

<sup>6</sup> Bremer & Oertel

<sup>7</sup> Chahartaghi et al

<sup>8</sup> Yousif

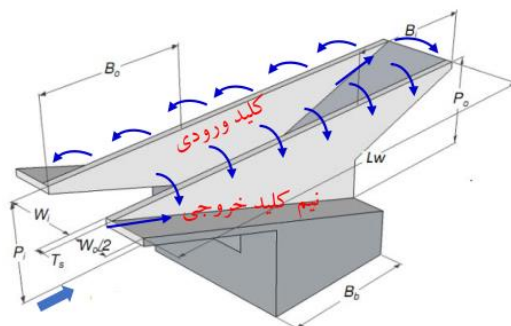
سرریزهای زیگزاگی برخوردار بودند. آن‌ها همچنین با کمک مدل عددی به بررسی تأثیر ارتفاع سرریز بر ضریب دبی هر دو نوع سرریز پرداختند. نتایج نشان داد، افزایش ارتفاع سرریز کلید پیانویی و زیگزاگی از ۵ به ۷/۵ سانتی‌متر (۵۰ درصد افزایش ارتفاع سرریز) به ترتیب باعث افزایش ۲۶ و ۲۴ درصدی ضریب دبی سرریز می‌شود.

مطالعه و بررسی پارامترهای هندسی تأثیرگذار بر هیدرولیک جریان برای سرریزهای پیانویی محدود انجام شده است. در این پژوهش با استفاده از نرم‌افزار FLOW3D به بررسی عوامل مؤثر بر هیدرولیک جریان پرداخته می‌شود. شبیه‌سازی جریان روی سرریز کلید پیانویی و مقایسه نتایج مدل عددی با داده‌های آزمایشگاهی، تأثیر جداسازی معادله اندازه حرکت و مدل آشفتگی بر دقت مدل عددی و انتخاب بهترین نوع آن‌ها، تأثیر نسبت عرض کلید ورودی به خروجی بر ضریب دبی و همچنین تأثیر هد انرژی بر ضریب دبی سرریز کلید پیانویی از اهداف این تحقیق است.

## روش پژوهش

### معادلات حاکم

عوامل هندسی متعددی بر عملکرد سرریزهای کلید پیانویی دخالت دارد که شامل عرض کلید ورودی  $W_i$ ، عرض کلید خروجی  $W_o$ ، ارتفاع سرریز  $P$ ، طول شیروانی‌های پایین دست و بالادست  $B_i$  و  $B_o$ ، طول تاج کناری  $B$  است. شکل (۲) پارامترهای هندسی مؤثر بر هیدرولیک جریان عبوری از سرریز کلید پیانویی را نشان می‌دهد.



شکل ۲. یک سیکل از سرریز کلید پیانویی به همراه پارامترهای هندسی (صفر زاده، رستمی ۱۳۹۴)

معادله عمومی دبی عبوری از روی سرریزها مطابق رابطه (۱) است (هندرسون<sup>۱</sup>، ۱۹۶۶):

$$Q = \frac{2}{3} C_d \sqrt{2g} L H_c^{1.5} \quad (1)$$

که در این رابطه  $Q$ ، شدت جریان عبوری از روی سرریز کلید پیانویی برحسب مترمکعب بر ثانیه،  $L$  طول تاج سرریز برحسب متر،  $H_c$  ارتفاع انرژی کل جریان بالادست نسبت به تاج سرریز برحسب متر،  $C_d$  ضریب دبی سرریز و  $g$  شتاب ثقل برحسب متر بر مجذور ثانیه است. طول تاج سرریز کلید پیانویی را می‌توان طبق رابطه (۲) محاسبه کرد:

$$L = N(W_i + W_o) + 2N(T_s + B) \quad (2)$$

در رابطه فوق،  $T_s$  ضخامت دیواره و  $N$  تعداد سیکل‌های سرریز است. به‌منظور شبیه‌سازی جریان عبوری از سرریز کلید پیانویی می‌توان از روش‌های آزمایشگاهی و عددی استفاده نمود. در دهه‌های اخیر با رشد چشمگیر کامپیوتر و روش‌های عددی تمایل محققین به مدل‌های عددی برای شبیه‌سازی جریان افزایش یافته است. معادلات حاکم بر میدان جریان در سیالات عبارت‌اند از معادله پیوستگی و اندازه حرکت که برای جریان آشفته تراکم‌ناپذیر با لزجت و چگالی ثابت به‌صورت روابط (۳) و (۴) بیان می‌شوند (راهنمای مدل Flow 3D، ۲۰۱۴):

<sup>1</sup> Yousif

<sup>2</sup> Flow Science

$$V_f \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i A_i) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{1}{V_f} \left( u_j A_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_s}{\partial x_i} + g_i + f_i \quad (4)$$

که در آن،  $u_i$  بیان کننده سرعت در جهت  $x_i$  (جهات  $x$ ،  $y$  و  $z$ )،  $t$  زمان،  $V_f$  جزء حجم باز برای برقراری جریان در الگوریتم FAVOR،  $\rho$  جرم مخصوص سیال،  $A_i$  جزء سطح باز برای برقراری جریان در جهت  $i$  فشار هیدرواستاتیک،  $g_i$  بیانگر شتاب ثقلی و  $f_i$  بیانگر شتاب ناشی از لزجت که دربرگیرنده اثرات لزجت مولکولی و لزجت ناشی از آشفتگی است، است.

### معرفی مدل FLOW-3D

با توجه به توسعه امکانات رایانه‌ای و نیز ارائه نرم‌افزارهای قوی در زمینه دینامیک سیالات محاسباتی، امکان بررسی جریانات پیچیده با استفاده از شبیه‌سازی عددی فراهم شده است. در بین نرم‌افزارهای قابل استفاده، با توجه به ویژگی‌هایی از جمله سرعت و دقت مطلوب و شبکه‌بندی مناسب، نرم‌افزار FLOW-3D برای انجام تحقیق حاضر انتخاب شد. این مدل توسط شرکت Flow Science در سال ۱۹۸۰ توسعه داده شده است و محبوبیت زیادی را در بین کاربران دارد. یکی از دلایل محبوبیت زیاد این مدل نتایج بسیار خوب گرافیکی است. این نرم‌افزار معادلات حاکم بر حرکت سیال را با استفاده از تقریب‌های حجم محدود حل می‌کند. محیط جریان به شبکه‌هایی با سلول‌های مکعبی ثابت تقسیم‌بندی می‌شود که برای هر سلول مقادیرهای میانگین کمیت‌های وابسته وجود دارد. در این نرم‌افزار از دو تکنیک عددی برای شبیه‌سازی هندسی استفاده شده است که شامل روش  $VOF^1$  در پیش‌بینی سطح آزاد سیال و ترکیب آن با روش FAVOR<sup>2</sup> در تشخیص مرزهای صلب است.

### داده‌های آزمایشگاهی

برای صحت‌سنجی نتایج مدل عددی Flow-3D نیاز به داده‌های آزمایشگاهی است. در این تحقیق از داده‌های آزمایشگاهی اندرسون (۲۰۱۱) برای صحت‌سنجی ضریب دبی سرریز کلید پیلانویی در حالت جریان آزاد استفاده گردید. مجموعه آزمایشگاهی شامل یک فلوم مستطیلی به طول به طول ۷/۳ متر، عرض ۰/۹۳۳ و عمق ۰/۶۱ متر است. آب از یک مخزن تأمین آب به وسیله یک پمپ که حداکثر ظرفیت ۲۴۰ لیتر بر ثانیه را دارد، وارد فلوم می‌شود. در ابتدای فلوم جهت آرام نمودن جریان و کاهش نوسانات سطح آب در بالادست سرریز، از صفحات آرام‌کننده جریان استفاده شده است. دو عدد پیژومتر در دو طرف دیواره‌های فلوم آزمایشگاهی جهت اندازه‌گیری سطح آب در بالادست استفاده شده است. از بین سرریزهای ایشان، سرریز کلید پیلانویی PK1.25 انتخاب و برای صحت‌سنجی مورد استفاده قرار گرفت. طول کل سرریز ۴/۸۴۸ متر، ارتفاع سرریز ۰/۱۹۷ متر، طول تاج کنار سرریز ۰/۴۸۹ متر، شیب شیروانی‌های بالادست و پایین‌دست هر کلید ۱:۱ و تعداد سیکل سرریز ۴ عدد است. عرض کلید ورودی و خروجی به ترتیب ۰/۱۱۶ و ۰/۹۲۵ متر و نسبت  $w_i/w_o$  برابر ۱/۲۵ است.

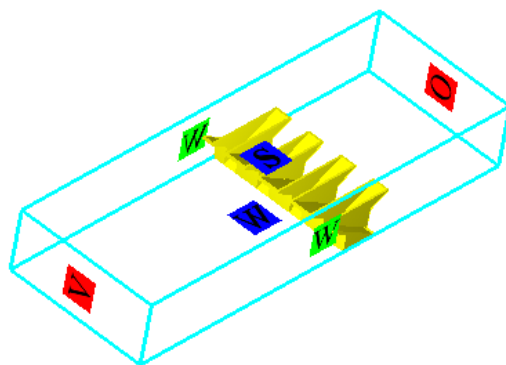
### شبکه‌بندی، شرایط مرزی و انفصال معادلات

بررسی میدان جریان عبوری از سرریز در این پژوهش به صورت سه‌بعدی انجام شده است. محدوده شبیه‌سازی جریان و هندسه سرریز بر اساس ابعاد مدل فیزیکی با نرم‌افزار اتوکد ترسیم و سپس به مدل فلوتردی منتقل شد. بعد از اجرای اولیه، تعداد مش در محدوده حل تا رسیدن به مش بهینه افزایش داده شد. شرایط مرزی و اولیه برای اجرای جریان غیر ماندگار توسط فلوئنت از اساسی‌ترین مراحل شبیه‌سازی است. در این تحقیق مطابق شکل (۳)، برای کف فلوم و سرریز شرط مرزی دیواره (wall)، در قسمت خروجی شرط مرزی آزاد (Outflow)، در بخش فوقانی شرط مرزی تقارن (Symmetry) و در قسمت ورودی شرط مرزی از شرط مرزی سرعت (Specified Velocity) استفاده شد.

<sup>1</sup> Volume of Fluid

<sup>2</sup> Fractional Area-Volume Obstacle Representation





شکل ۳. شرایط مرزی اعمال شده برای شبیه‌سازی جریان از روی سرریز کلید پیانویی

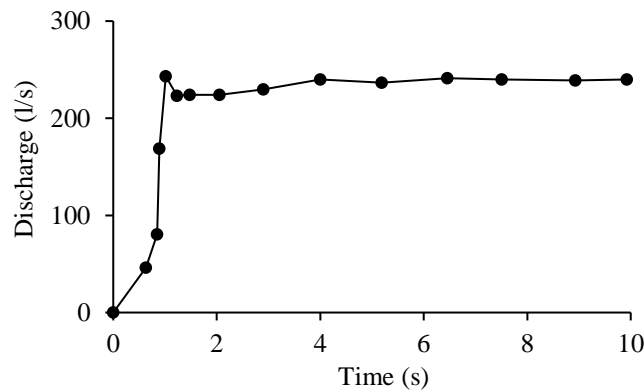
اندازه شبکه، نوع مدل‌های آشفتگی و شمای عددی حل از عوامل تأثیرگذار بر شبیه‌سازی جریان است. بدین منظور، جریان عبوری از سرریز کلید پیانویی PK1.25 برای دبی ۲۳۰ لیتر بر ثانیه شبیه‌سازی و مقدار عمق آب بالادست سرریز از مدل استخراج شد. با استفاده از رابطه (۱) ضریب دبی سرریز محاسبه و با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه شد. در جدول (۱) مشخصات مدل‌های مختلف مورد استفاده در تحقیق و متوسط درصد خطای محاسبه ضریب دبی سرریز توسط مدل عددی آورده شده است.

جدول ۱. مشخصات مدل‌های شبیه‌سازی و متوسط درصد خطای ضریب دبی محاسباتی

شماره مدل	تعداد سلول‌ها	مدل آشفتگی	جداسازی اندازه حرکت	درصد خطا
A1	۲۰۰۰۰۰	k-ε	First Order	۱۲/۸
A2	۵۰۰۰۰۰	k-ε	First Order	۸/۵
A3	۱۰۰۰۰۰۰	k-ε	First Order	۳/۵
A4	۲۰۰۰۰۰۰	k-ε	First Order	۳/۱
B1	۲۰۰۰۰۰	RNG	First Order	۱۰/۹
B2	۵۰۰۰۰۰	RNG	First Order	۸/۳۵
B3	۱۰۰۰۰۰۰	RNG	First Order	۳/۱
B4	۲۰۰۰۰۰۰	RNG	First Order	۳/۰
C1	۲۰۰۰۰۰	k-ε	Second Order	۱۰/۶
C2	۵۰۰۰۰۰	k-ε	Second Order	۷/۵
C3	۱۰۰۰۰۰۰	k-ε	Second Order	۲/۹
C4	۲۰۰۰۰۰۰	k-ε	Second Order	۲/۷
D1	۲۰۰۰۰۰	RNG	Second Order	۷/۸
D2	۵۰۰۰۰۰	RNG	Second Order	۶/۲
D3	۱۰۰۰۰۰۰	RNG	Second Order	۲/۴
D4	۲۰۰۰۰۰۰	RNG	Second Order	۲/۲

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، مدل D4 کمترین مقدار درصد خطا یعنی ۲/۲ درصد را در بین شبیه‌سازی‌ها دارد، اما مدت‌زمان شبیه‌سازی بسیار طولانی است. مدل D3 متوسط درصد خطا آن ۲/۴ و مدت‌زمان شبیه‌سازی آن کمتر است. بنابراین به دلیل مدت‌زمان کمتر و اختلاف دقت ناچیز، مدل D3 به‌عنوان مدل مناسب برای پژوهش حاضر در شبیه‌سازی‌ها در نظر گرفته می‌شود. در این مدل برای جداسازی معادله اندازه حرکت از شمای second order، از مدل آشفتگی k-ε RNG و تعداد سلول‌های محاسباتی حدود ۱ میلیون است.

مدت زمان شبیه سازی نیز یکی از عوامل مؤثر بر دقت نتایج است. در صورت انتخاب مدت زمان کم، ممکن است جریان هنوز ماندگار نشده باشد و انتخاب مقدار زیاد آن نیز، زمان اجرای برنامه را طولانی می کند. در مدل عددی حاضر پس از بررسی چند مدل، زمان مناسب برای اجرا ۱۰ ثانیه مدنظر قرار گرفت. شکل (۴) هیدرو گراف دبی خروجی از مرز پایین دست برای دبی ۲۳۰ لیتر بر ثانیه را نشان می دهد. همان طور که ملاحظه می شود جریان از ثانیه ۷ به بعد، ماندگار شده است.

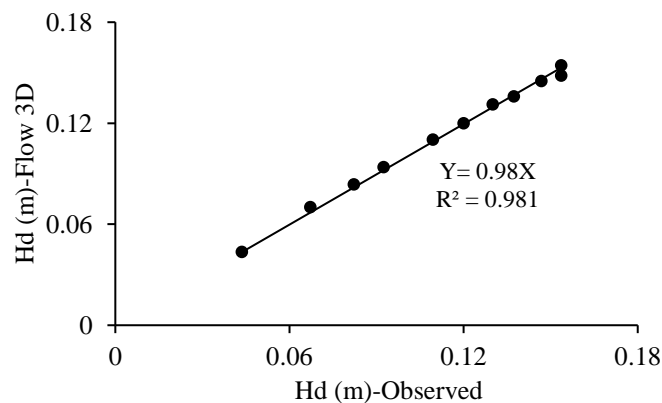


شکل ۴. نمودار تغییرات دبی نسبت به زمان برای سرریز PK1.25

#### یافته ها

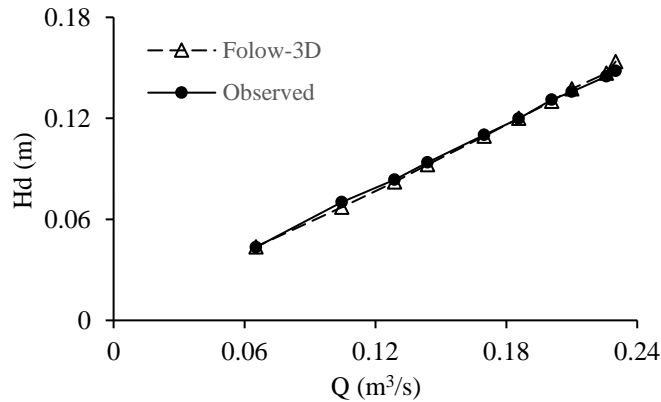
#### صحت سنجی مدل عددی برای شبیه سازی هیدرولیک سرریز کلید پیانویی

برای صحت سنجی مدل عددی از داده های آزمایشگاهی سرریز کلید پیانویی اندرسون (۲۰۱۱) استفاده شد. سرریزهای مطالعه شده به ازای دبی های گوناگون در حالت جریان آزاد با نرم افزار فلوتردی شبیه سازی شد. دبی مشخص به عنوان شرط مرزی بالادست در نظر گرفته شد و مدل بعد از ۱۰ ثانیه اجرا و عمق آب خروجی از نرم افزار استخراج شد. شکل (۵) عمق آب محاسباتی و مشاهداتی را برای تمام شبیه سازی ها نشان می دهد.



شکل ۵. عمق آب مشاهداتی و محاسباتی روی سرریز کلید پیانویی PK1.25

ضریب تبیین ( $R^2$ ) برای مدل ۰/۹۸۱ است که نشان دهنده دقت خوب مدل عددی است. شکل (۶) منحنی دبی-اشل محاسباتی و مشاهداتی مربوط به مدل PK1.25 را نشان می دهد.

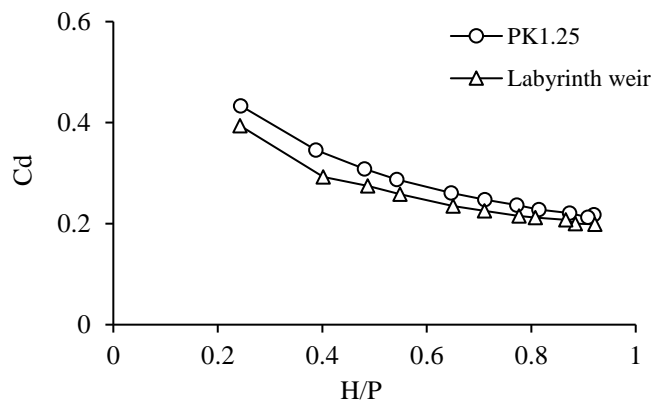


شکل ۶. منحنی دبی-اشل مشاهداتی و محاسباتی سرریز کلید پیانویی PK1.25

متوسط درصد خطای مدل عددی در پیش‌بینی عمق آب بالادست سرریز کلید پیانویی ۲/۹ درصد است که برای پیش‌بینی منحنی دبی-اشل سرریز مناسب است.

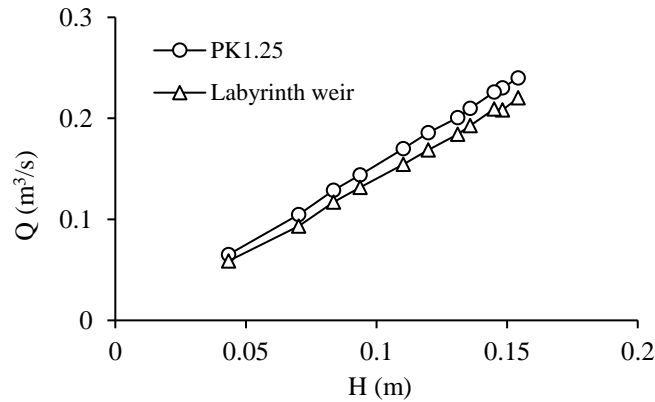
### مقایسه ضریب دبی سرریزهای کلید پیانویی با سرریزهای کنگره‌ای

به‌منظور مقایسه ضریب دبی سرریز کلید پیانویی با ضریب دبی سرریز کنگره‌ای، با استفاده از مدل عددی شبیه‌سازی‌های متعددی برای سرریز کلید پیانویی PK1.25 و سرریز کنگره‌ای صورت گرفت. ارتفاع و طول هر دو سرریز به ترتیب ۱۹/۷ سانتی‌متر ۴/۸۵ متر و تعداد سیکل هر دو سازه ۴ عدد است. با استفاده از خروجی مدل عددی فلوتردی، ضریب دبی هر دو سرریز محاسبه و نتایج در شکل (۷) آورده شده است.

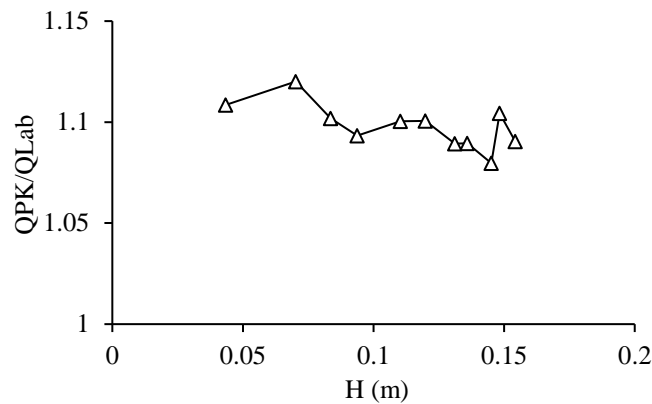


شکل ۷. مقایسه ضریب دبی سرریز کلید پیانویی با سرریز کنگره‌ای

ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای و کلید پیانویی رابطه عکس با متغیر  $H/P$  دارد. برای یک ارتفاع ثابت از سرریز، افزایش عمق آب در بالادست سبب می‌شود در محل اتصال سیکل‌های سرریز، تداخل جریان صورت گیرد و در نتیجه ضریب دبی کاهش یابد. شیب کلیدهای ورودی و خروجی در سرریزهای کلید پیانویی یک عامل هدایت‌کننده جریان است و سبب می‌شود ضریب دبی سرریز کلید پیانویی بیشتر از ضریب دبی سرریز کنگره‌ای شود. به‌منظور بررسی مزیت سرریز کلید پیانویی، دبی عبوری از این دو نوع سرریز باهم مقایسه و در شکل (۸) آورده شده است، همچنین شکل (۹) نسبت دبی سرریز کلید پیانویی به سرریز کنگره‌ای ( $Q_{PK}/Q_{Lab}$ ) را نشان می‌دهد.



شکل ۸. مقایسه دبی عبوری از سرریز کلید پیانویی با سرریز کنگره‌ای

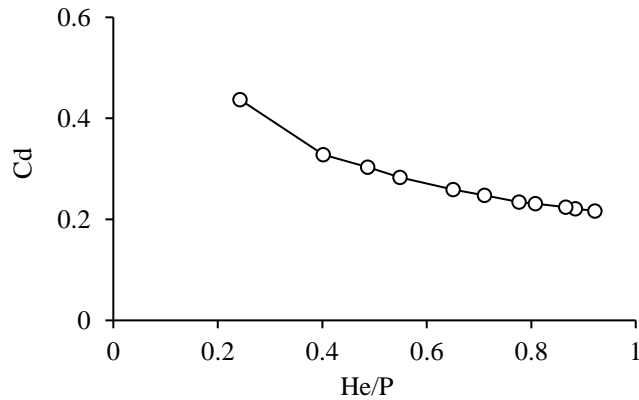


شکل ۹. نسبت دبی سرریز کلید پیانویی به سرریز کنگره‌ای برای عمق‌های مختلف

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، سرریز کلید پیانویی به علت داشتن ضریب دبی بیشتر برای یک عمق معین، دبی بیشتری را نسبت به سرریز کنگره‌ای عبور می‌دهد و به‌طور متوسط، نسبت دبی سرریز کلید پیانویی به سرریز کنگره‌ای ( $Q_{PK}/Q_L$ )، حدود ۱/۰۸ است. به عبارت دیگر در یک عمق ثابت، سرریز کلید پیانویی ۸ درصد بیشتر دبی را از خود عبور می‌دهد.

### بررسی تأثیر پارامتر He/P بر ضریب دبی سرریز کلید پیانویی

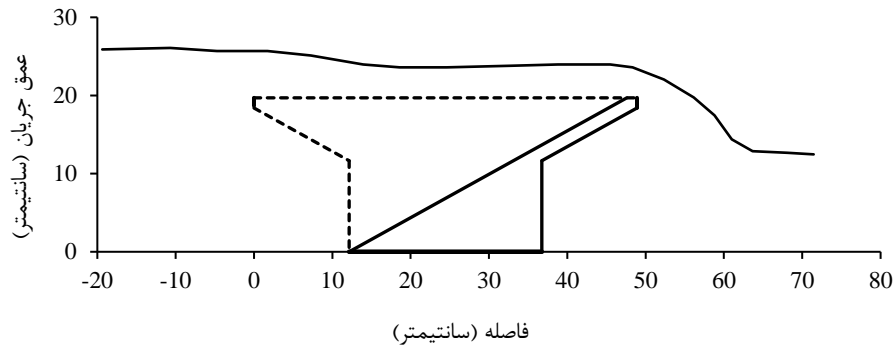
شبیه‌سازی‌های متعددی با مدل فلوتردی بررسی به‌منظور تأثیر نسبت هد انرژی به ارتفاع سرریز بر ضریب دبی سرریزهای کلید پیانویی انجام شد. بدین منظور دبی‌های مختلفی به‌عنوان شرط مرزی بالادست در مدل قرار داده شد و بعد از اطمینان از ماندگار شدن جریان، عمق آب در بالادست سرریز از مدل عددی استخراج شد و سپس ضریب دبی سرریز از طریق رابطه حاکم بر دبی عبوری از سرریز محاسبه شد. در شکل (۱۰) تأثیر پارامتر He/P بر ضریب دبی سرریز کلید پیانویی PK1.25 آورده شده است.



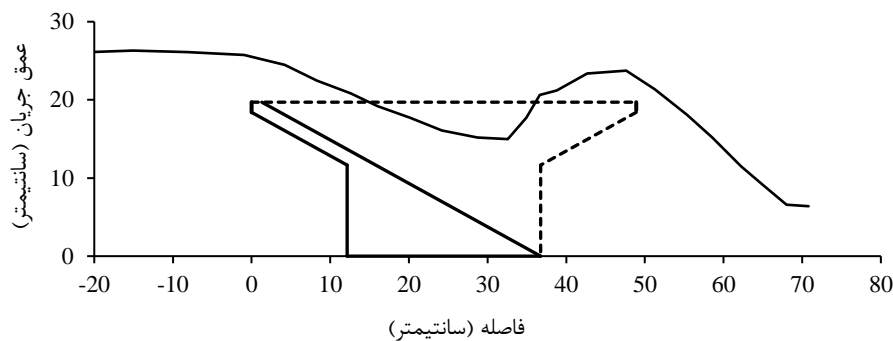
شکل ۱۰. تأثیر پارامتر  $He/P$  بر ضریب دبی سرریزهای کلید بیانویی

برای یک ارتفاع ثابت از سرریز کلید بیانویی، افزایش نسبت  $He/P$  باعث کاهش ضریب دبی می‌شود. به طوری که برای  $He/P=0.24$  ضریب دبی  $0.435$  و برای  $He/P=0.92$  ضریب دبی  $0.216$  است که حدود  $50\%$  کاهش یافته است. با افزایش عمق آب روی سرریز، تداخل جریان در محل شکستگی سیکل‌های سرریز صورت می‌گیرد و در نتیجه ضریب دبی کاهش می‌یابد. بر اساس تحقیقات سایر محققین، نسبت هد بالادست به ارتفاع سرریز باید کمتر از یک باشد، افزایش این نسبت از مقدار ذکر شده باعث می‌شود که سرریز کلید بیانویی کارایی خود را به تدریج از دست می‌دهد.

با توجه به زیر بحرانی بودن جریان نزدیک شونده روی کلید ورودی، ضمن افزایش تراز ورودی سرریز به دلیل شیب کلید، کاهش تراز سطح آب رخ داده و جریان پس از رسیدن به لبه تاج خروجی پایین دست، به صورت جت ریزشی به پایین دست تخلیه می‌شود. الگوی جریان عبوری از کلید خروجی بسیار پیچیده‌تر از کلید ورودی است. در این بخش از سرریز، به دلیل تلاقی جریان ناشی از جت‌های ریزشی از تاج‌های کناری با جریان تاج خروجی بالادست، بالا زدگی سطح آب رخ داده و بر روی شیب کلید خروجی، الگوی گرده‌ماهی شکل می‌گیرد. شکل (۱۱)، تغییرات سطح آب روی سرریز PK1.25 در کلید ورودی و خروجی به ازای دبی  $230$  لیتر بر ثانیه را نشان می‌دهد.



الف-کلید ورودی



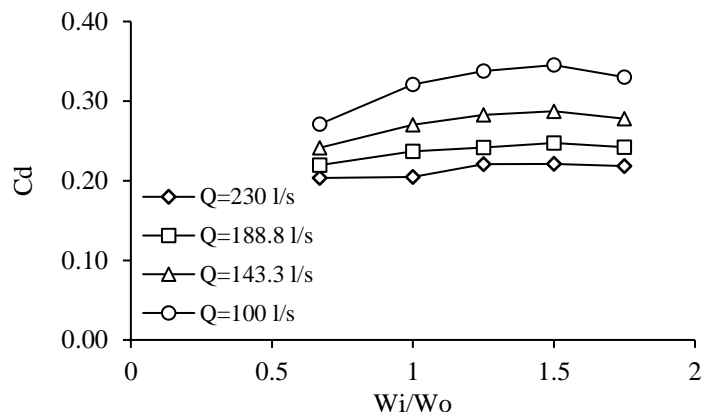
ب-کلید خروجی

شکل ۱۱. پروفیل سطح آب بر روی سرریز PK1.25 برای دبی ۲۳۰/۱ لیتر بر ثانیه و در حالت جریان آزاد

وقوع الگوی گردهمایی باعث کاهش ظرفیت تخلیه از کلید خروجی می‌شود. از طرف دیگر، جریان‌های ریزشی از تاج‌های کناری در دبی‌های بالا به یکدیگر برخورد نموده و باعث پر شدن کلید خروجی می‌شوند. این دو پدیده باعث ایجاد استغراق موضعی و کاهش ضریب دبی سرریز کلید پیانویی در دبی‌های بالا می‌شوند.

### تأثیر نسبت عرض کلید ورودی به خروجی بر هیدرولیک جریان

یکی از عوامل مؤثر بر ضریب دبی سرریز کلید پیانویی نسبت عرض کلید ورودی به خروجی است. به منظور بررسی تأثیر پارامتر  $W_i/W_o$ ، پنج نوع سرریز با نسبت‌های ۰/۶۷، ۱، ۱/۲۵، ۱/۵ و ۱/۷۵ که به ترتیب با نمادهای PK0.67، PK1، PK1.25، PK1.5 و PK1.75 نشان داده می‌شود، با استفاده از مدل عددی شبیه‌سازی شد. لازم به ذکر است طول سرریزها ۴/۸۴۸ متر، ارتفاع ۰/۱۹۷ متر، طول تاج کنار سرریز ۰/۴۸۹ متر، تعداد سیکل‌ها ۴ و شیب شیروانی‌های بالادست و پایین‌دست هر کلید ۱/۸:۱ است. همچنین عرض کلید ورودی ۰/۱۱۵۶ متر و عرض کلید خروجی بر اساس نسبت  $W_i/W_o$  برای هر سرریز قابل محاسبه است. بعد از شبیه‌سازی مقدار عمق و دبی عبوری از سرریزها تعیین و ضریب دبی هر یک محاسبه شد. در شکل (۱۲) ضریب دبی سرریزها با نسبت  $W_i/W_o$  مختلف برای هر شبیه‌سازی آورده شده است.



شکل ۱۲. تأثیر نسبت عرض کلید ورودی به خروجی بر ضریب دبی سرریز کلید پیانویی

مطابق با شکل (۱۲) با افزایش نسبت عرض کلید ورودی به کلید خروجی ضریب دبی افزایش می‌یابد و در  $W_i/W_o$  برابر  $1/5$  ضریب دبی حداکثر است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، تأثیر نسبت  $W_i/W_o$  بر ضریب دبی با افزایش دبی و یا به عبارت دیگر افزایش عمق آب روی تاج سرریز بیشتر می‌شود. افزایش پارامتر  $W_i/W_o$  باعث شده است که ضریب دبی سرریز برای دبی  $230$  لیتر بر ثانیه از  $0.271$  به  $0.345$  افزایش می‌یابد که حدود  $27/3$  درصد بیشتر شده است، این در حالی است که افزایش پارامتر  $W_i/W_o$  برای دبی  $100$  لیتر بر ثانیه، حدود  $7/4$  درصد ضریب دبی سرریز را افزایش داده است.

## بحث

سرریزهای کلید پیانویی و کنگره‌ای در مقایسه با سرریزهای مستقیم به دلیل افزایش طول تاج در یک عرض ثابت، دبی بیشتری را برای عمق آب یکسان از خود عبور می‌دهند؛ بنابراین با توجه به ظرفیت تخلیه دبی بالایی که دارند، می‌توانند به عنوان سازه‌ای اقتصادی با کارایی بالا در سدها به کار گرفته شوند. ضریب دبی سرریزهای کلید پیانویی بیشتر از سرریزهای کنگره‌ای است زیرا شیب کلیدهای ورودی و خروجی در سرریزهای کلید پیانویی یک عامل هدایت‌کننده جریان است و سبب می‌شود جریان به آرامی به پایین دست منتقل شود و افت انرژی کمتری داشته باشد. جریان نزدیک شونده به سرریزهای کنگره‌ای به دلیل برخورد به بدنه قائم در قسمت ورودی باعث ایجاد افت انرژی و کاهش ضریب دبی می‌شود.

## نتیجه‌گیری

در این تحقیق با استفاده از مدل عددی به شبیه‌سازی جریان روی سرریزهای کلید پیانویی و کنگره‌ای پرداخته شد. نتایج نشان داد سرریز کلید پیانویی برای یک عمق معین، دبی بیشتری را نسبت به سرریز کنگره‌ای عبور می‌دهد و به‌طور متوسط، نسبت دبی سرریز کلید پیانویی به سرریز کنگره‌ای حدود  $1/0.8$  است. به عبارت دیگر در یک عمق ثابت، سرریز کلید پیانویی  $8$  درصد بیشتر دبی را از خود عبور می‌دهد. در این تحقیق همچنین به بررسی تأثیر هد انرژی بر ضریب دبی سرریز کلید پیانویی پرداخته شد. برای یک ارتفاع ثابت از سرریز کلید پیانویی، افزایش نسبت  $He/P$  باعث کاهش ضریب دبی می‌شود. به طوری که برای  $He/P=0.24$  ضریب دبی  $0.435$  و برای  $He/P=0.92$  ضریب دبی  $0.216$  است که حدود  $50$  درصد کاهش یافته است. با افزایش عمق آب روی سرریز، تداخل جریان در محل شکستگی سیکل‌های سرریز صورت می‌گیرد و در نتیجه ضریب دبی کاهش می‌یابد. نسبت عرض کلید ورودی به خروجی یکی از عوامل مؤثر بر ضریب دبی سرریز کلید پیانویی است. در این تحقیق برای نسبت‌های مختلف، شبیه‌سازی جریان روی سرریز توسط مدل عددی انجام شد. نتایج نشان داد برای نسبت  $W_i/W_o$  برابر  $1/5$ ، بیشترین ضریب دبی برای سرریز کلید پیانویی ایجاد می‌شود.

## منابع

- حیدرپور، منوچهر، موسوی، سید فرهاد، و روشنی زرمهری، علی رضا. (۱۳۸۵) بررسی سرریزهای چند وجهی با پلان مستطیلی و U شکل. مجله علوم و فنون کشاورزی و منابع طبیعی دانشگاه صنعتی اصفهان، ۳(۱۰)، ۱۲-۱.
- <https://www.sid.ir/paper/440089/fa#downloadbottom>
- صفرزاده، اکبر، و نوروزی، بهزاد. (۱۳۹۳). هیدرودینامیک سه بعدی سرریزهای کلید پیانویی انحنادار در پلان. نشریه هیدرولیک. ۳(۹)، ۷۹-۶۱.
- <https://doi.org/10.30482/JHYD.2014.10176>
- صفرزاده، اکبر. و خیاط رستمی، سیامک. (۱۳۹۴) ارزیابی آزمایشگاهی تأثیر ارتفاع بر هیدرولیک سرریزهای کلید پیانویی مستطیلی مستغرق. نشریه علمی پژوهشی سد و نیروگاه برق آبی، ۲(۷)، ۱۲-۱.
- <https://doi.org/20.1001.1.23225882.1394.2.7.2.1>
- صفرزاده، اکبر، خیاط رستمی، سیامک، و خیاط رستمی، بابک. (۱۳۹۸) بررسی تأثیر هد آب بر نحوه توزیع دبی بر روی تاج و رفتار خطوط جریان در سرریز کلیدپیانویی نامتقارن. نشریه هیدرولیک. ۱(۱۴)، ۱۷-۱.
- <https://doi.org/10.30482/JHYD.2019.101685.1253>
- غریبوند، رامین، حیدرنژاد، محمد، کشکولی، حیدرعلی، حسونی زاده، هوشنگ، و کمان بدست، امیرعباس. (۱۳۹۹) بررسی عددی هیدرولیک جریان در سرریزهای کلیدپیانویی و زیگزگی دوزنقه‌ای. مجله علوم آب و خاک، ۲۴(۱)، ۵۶-۴۵.
- <https://doi.org/10.47176/jwss.24.1.38092>
- کریمی، محمد، جلیلی قاضی زاده، محمد رضا، صانعی، مجتبی، و عطاری، جلال. (۱۳۹۹) بررسی آزمایشگاهی سرریز کلید پیانویی جانبی با کلیدهای مورب. نشریه مهندسی عمران امیرکبیر، ۷(۵۲)، ۱۶۸۴-۱۶۷۱.
- <https://doi.org/10.22060/CEEJ.2019.15599.5970>

## References

- Anderson, R. M. (2011). Piano key weir head discharge relationships. M.S. thesis, Utah State University.
- Anderson, R.M., & Tullis, B.P. (2012). Comparison of piano key and rectangular labyrinth weir. *Journal of Hydraulic Engineering*, 138, 358- 361. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0000509](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000509)
- Bremer, F.L., & Oertel, M. (2017). Numerical investigation of wall thickness influence on Piano Key Weir discharge coefficients: A preliminary study. *Labyrinth and Piano Key Weirs III*, CRC Press, London. <https://www.taylorfrancis.com/chapters/edit/10.1201/9781315169064-14>
- Chahartaghi, M.K., Nazari, S., & Mahmoodian Shooshtari, M. (2019). Experimental and numerical simulation of arced trapezoidal piano key weirs. *Flow Measurement and Instrumentation*, 68, 1-16. <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2019.101576>
- Crookston, B. M., Anderson, R. M., & Tullis, B. P. (2018). Free-flow discharge estimation method for Piano Key weir geometries. *Journal of Hydroenvironment Research*. 19, 160-167. <https://doi.org/10.1016/j.jher.2017.10.003>
- Dabling, M. R., & Tullis, B. P. (2012). Piano key weir submergence in channel application. *Journal of Hydraulic Engineering*, 138(7), 661-666. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0000563](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000563)
- Falvey, H. T. (2003). *Hydraulic design of labyrinth weirs*. ASCE Press, USA. <http://ndl.ethernet.edu.et/bitstream/123456789/61317/1/1081.pdf>
- Flow Science, Inc. (2014). *FLOW-3D user's manual version 11.0*. Santa Fe, Mexico. [https://www.flow3d.com/wp-content/uploads/2020/10/FLOW-3D\\_HYDRO\\_installation\\_instructions.pdf](https://www.flow3d.com/wp-content/uploads/2020/10/FLOW-3D_HYDRO_installation_instructions.pdf)
- Gharibvand, R., Heidarnejad, M., Kashkoui, H.A., Hasoonizadeh, H., & Kamanbedast A. A. (2020). Numerical Analysis of Flow Hydraulic in Trapezoidal Labyrinths and Piano Key Weirs. *Journal of Water and Soil Science*, 24(1), 45-56. <https://doi.org/10.47176/jwss.24.1.38092> [In Persian]
- Heidarpour, M., Mousavi, F., & Roshani-Zarmehri, R. (2006). Labyrinth weir with rectangular and U-shape plan-forms, *Journal of Science and Technology of Agriculture and Natural Resources*. 10(3), 1-11. <https://www.sid.ir/paper/440089/fa#downloadbottom> [In Persian]
- Henderson, F. M. (1966). *Open channel flow, Channel controls*. MacMillan. United State of America. <https://heidarpour.iut.ac.ir/sites/heidarpour.iut.ac.ir/files/u32/open-henderson.pdf>



- Karimi, M., Jalili-Ghazizadeh, M., saneie, M., & Attari, J. (2020). Experimental study of piano key side weir with oblique keys. *Amirkabir Journal of Civil Engineering*, 52(7), 1671-1684. <https://doi.org/10.22060/CEEJ.2019.15599.5970> [In Persian]
- Machiels, O., Piroton, M., Pierre, A., Dewals, B., & Erpicum, S. (2014). Experimental parametric study and design of Piano Key Weirs. *Journal of Hydraulic Research*. 52(3), 326-335. <https://doi.org/10.1080/00221686.2013.875070>
- Ouamane, A., & Lempérière, F. (2006). Design of a new economic shape of weir. *Proc. Int. Symp. Dams in the Societies of the 21st Century*, Barcelona, Spain. <https://www.scirp.org/reference/referencespapers?referenceid=3431226>
- Riberio, M., Pfister, M., Schleiss, A. J., & Boillat, J. L. (2012). Hydraulic design of A-type Piano key weirs. *Journal of Hydraulic Research*, 50(4), 400-408. <https://doi.org/10.1080/00221686.2012.695041>
- Safarzadeh, A & khayyatrostami, S. (2016) Laboratory evaluation of height effects on hydraulics of submerged piano key weirs. *Journal of Iranian Dam and Hydroelectric Powerplant*, 2(7), 1-12. <https://doi.org/20.1001.1.23225882.1394.2.7.2.1> [In Persian]
- Safarzadeh, A., & Noroozi, B. (2014) Three dimensional hydrodynamics of arced piano key spillways. *Journal of Hydraulic*, 9(3), 61-79. <https://doi.org/10.30482/JHYD.2014.10176> [In Persian]
- Safarzadeh, A., Khayat Rostami, S., & Khayat Rostami, B. (2019). Investigation on the effects of water head on discharge distribution and streamlines pattern over the Asymmetric Piano key weirs. *Journal of Hydraulic*, 14(1), 1-17. <https://doi.org/10.30482/JHYD.2019.101685.1253> [In Persian]
- Yousif, A.A. (2020) Experimental investigation on hydraulic performance of non-rectangular piano key weir (PKW). *International Journal of Advanced Science and Technology*, 29(8), 4467-4480. <https://www.researchgate.net/publication/342550937>